

Тема лекции и практики:

**«СГЛАЖИВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ
РЯДОВ С ПОМОЩЬЮ
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ
СРЕДНИХ»**

Сглаживание экспоненциальными средними

Сглаженное значение представляет собой среднее арифметическое взвешенное значения в текущем в периоде и сглаженного значения в предыдущем периоде

$$\bar{Y}_i = Y_i * (1 - \alpha) + \bar{Y}_{i-1} * \alpha$$

← Это базовая основная формула для расчета сглаженного значения !!!

Y_i – это значение показателя в i периоде;
 α – это коэффициент сглаживания

↘ Это сглаженное значение в предыдущем периоде

То есть, например, чтобы получить сглаженное значение в пятом периоде, нужно знать сглаженное значение в 4 периоде, чтобы получить сглаженное значение в 4 периоде, нужно рассчитать сглаженное значение в 3 периоде и т.д.

То есть сглаживать нужно начинать с самого первого периода. Но для 1 первого периода нет сглаженного значения в 0 периоде и 0 периода нет. Поэтому сглаженное значение в 1 периоде приравнивается фактическому значению в 1 периоде. А далее получаем:

$$\bar{Y}_2 = Y_2 * (1 - \alpha) + Y_1 * \alpha$$

$$\bar{Y}_3 = Y_3 * (1 - \alpha) + \bar{Y}_2 * \alpha$$

$$\bar{Y}_4 = Y_4 * (1 - \alpha) + \bar{Y}_3 * \alpha$$

и так далее до конца ряда

Далее распишем полученные формулы для сглаженных значений:

ЭТО ВЕС, или доля

$$\bar{Y}_3 = Y_3 * (1 - \alpha) + \bar{Y}_2 * \alpha = Y_3 * (1 - \alpha) + (Y_2 * (1 - \alpha) + Y_1 * \alpha) * \alpha = Y_3 * (1 - \alpha) + Y_2 * (1 - \alpha) * \alpha + Y_1 * \alpha^2$$

$$\bar{Y}_4 = Y_4 * (1 - \alpha) + \bar{Y}_3 * \alpha = Y_4 * (1 - \alpha) + (Y_3 * (1 - \alpha) + Y_2 * (1 - \alpha) * \alpha + Y_1 * \alpha^2) * \alpha = Y_4 * (1 - \alpha) + Y_3 * (1 - \alpha) * \alpha + Y_2 * (1 - \alpha) * \alpha^2 + Y_1 * \alpha^3$$

ЭТО ВЕС, или доля

Таким образом, видно, что сглаженное значение представляет собой среднее арифметическое взвешенное текущего значения и всех предыдущих!!!!

Вес или доля убывают к началу ряда динамики по экспоненциальному закону, отсюда название экспоненциальное среднее!!!

Пояснение почему название экспоненциальные средние

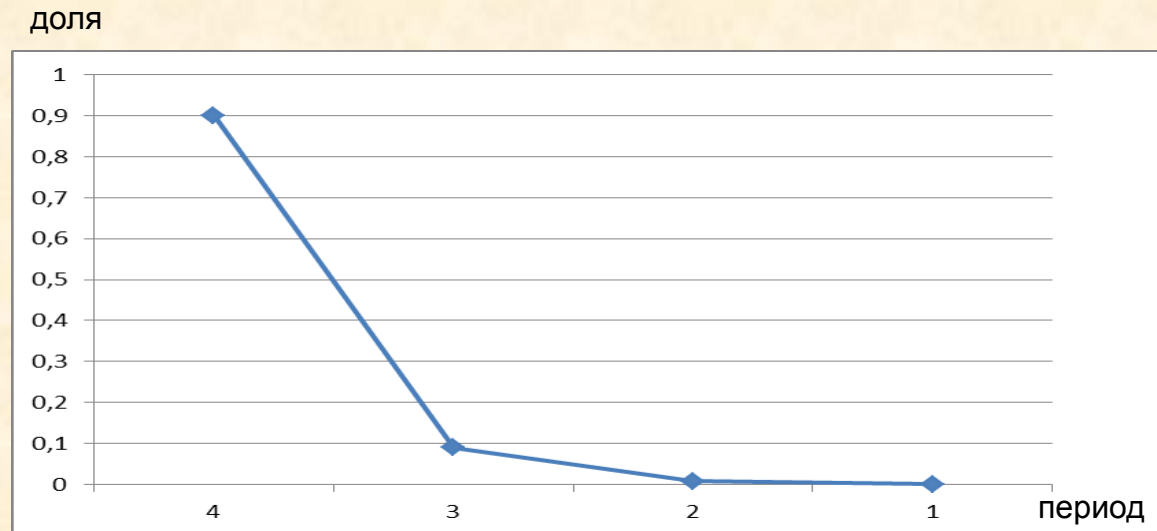
Вне зависимости сколько составляет коэффициент сглаживания доля, которая берется от значений убывает к началу ряда по экспоненциальному закону!!!

Рассмотрим пример. Предположим длина ряда равна 4 периода, то доли будут равны:

Период	Доля
4	$1-\alpha$
3	$(1-\alpha)*\alpha$
2	$(1-\alpha)*\alpha^2$
1	α^3

При $\alpha = 0,1$

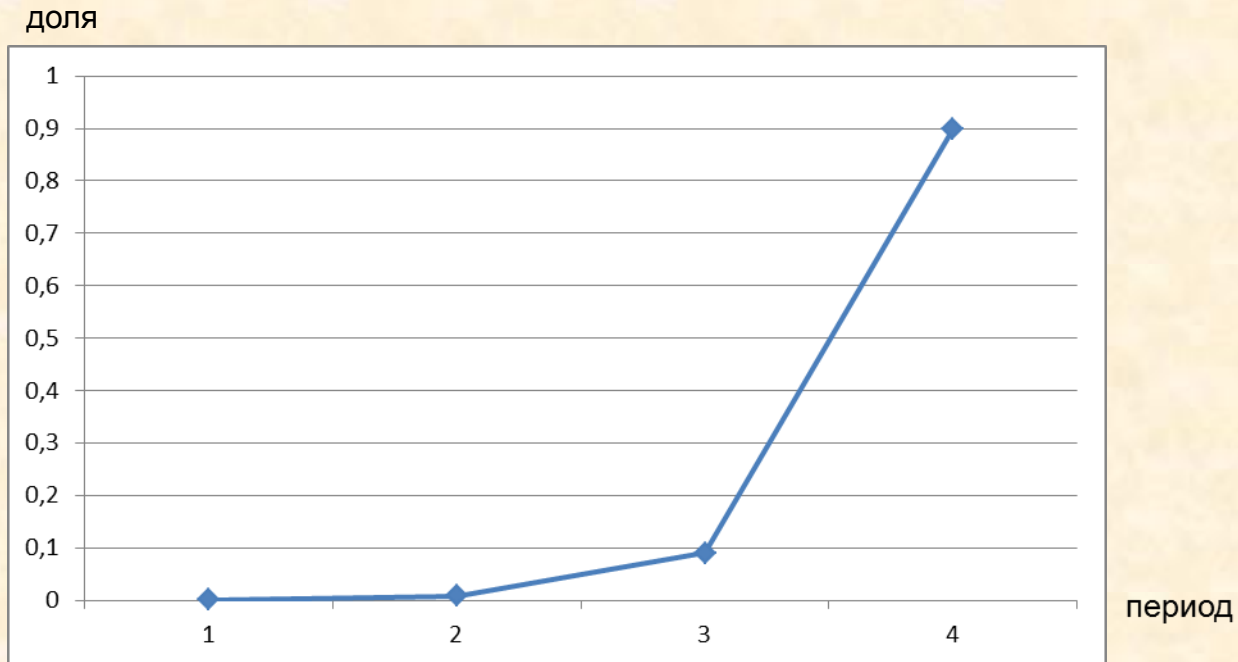
Период	Доля
4	0,9
3	0,09
2	0,009
1	0,001



Пояснение почему название экспоненциальные средние

Если посмотреть на изменение доли от начала ряда к концу ряда, то доля наоборот возрастает по экспоненциальному закону!!!

Период	Доля	Изменение доли
1	0,001	
2	0,009	0,008
3	0,09	0,081
4	0,9	0,81



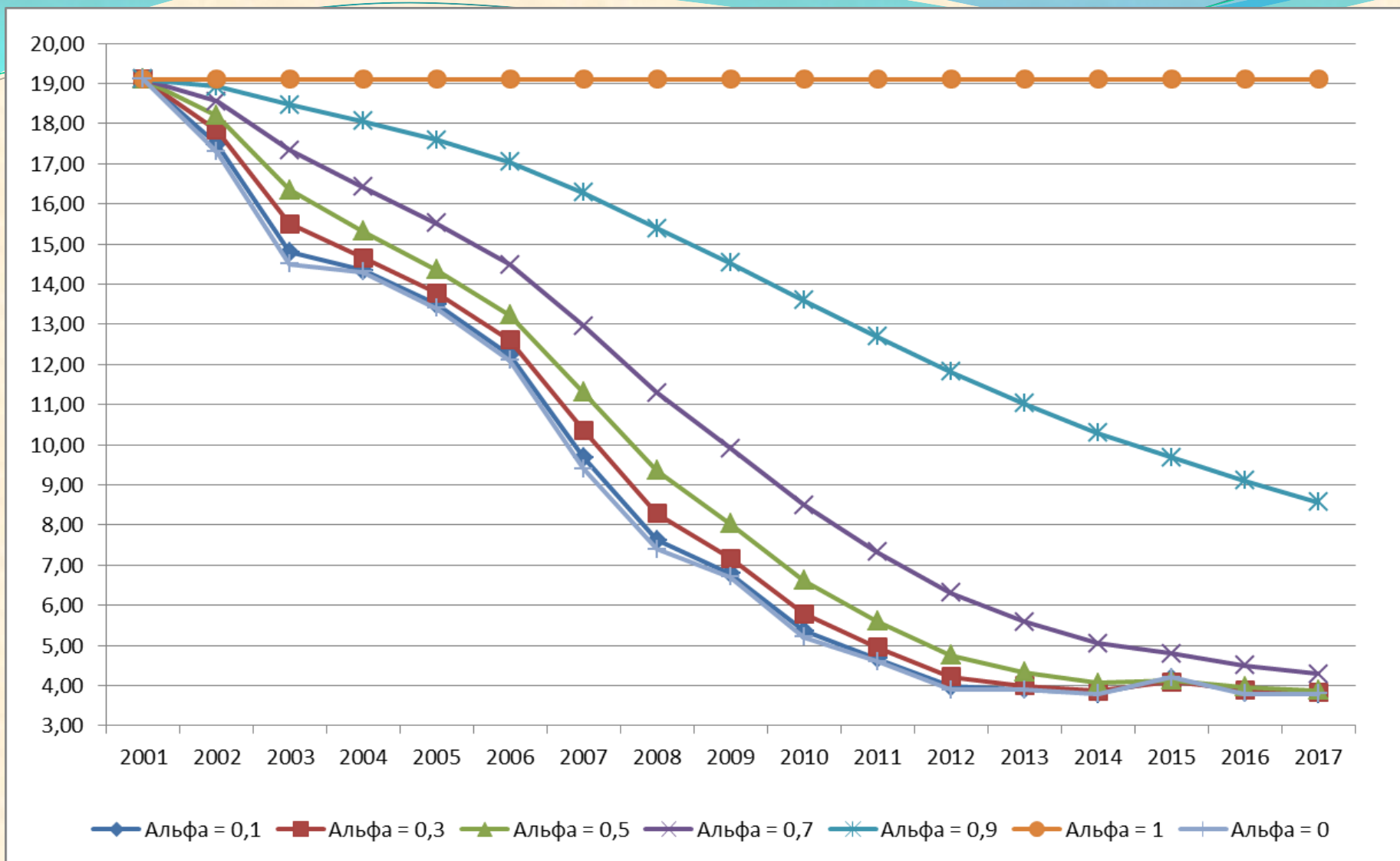
Пример сглаживания ряда динамики экспоненциальными средними

Год	Объем продаж, тонн	Сглаженные объемы продаж, тонн						
коэффициент сглаживания		0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1	0
2001	19,1	19,10	19,10	19,10	19,10	19,10	19,1	19,1
2002	17,3	17,48	17,84	18,20	18,56	18,92	19,1	17,3
2003	14,5	14,80	15,50	16,35	17,34	18,48	19,1	14,5
2004	14,3	14,35	14,66	15,33	16,43	18,06	19,1	14,3
2005	13,4	13,49	13,78	14,36	15,52	17,59	19,1	13,4
2006	12,1	12,24	12,60	13,23	14,49	17,04	19,1	12,1
2007	9,4	9,68	10,36	11,32	12,97	16,28	19,1	9,4
2008	7,4	7,63	8,29	9,36	11,30	15,39	19,1	7,4
2009	6,7	6,79	7,18	8,03	9,92	14,52	19,1	6,7
2010	5,2	5,36	5,79	6,61	8,50	13,59	19,1	5,2
2011	4,6	4,68	4,96	5,61	7,33	12,69	19,1	4,6
2012	3,9	3,98	4,22	4,75	6,30	11,81	19,1	3,9
2013	3,9	3,91	4,00	4,33	5,58	11,02	19,1	3,9
2014	3,8	3,81	3,86	4,06	5,05	10,30	19,1	3,8
2015	4,2	4,16	4,10	4,13	4,79	9,69	19,1	4,2
2016	3,8	3,84	3,89	3,97	4,50	9,10	19,1	3,8
2017	3,8	3,80	3,83	3,88	4,29	8,57	19,1	3,8

Сглаживать начинаем с начала ряда. В первом периоде сглаженное значение приравнивается фактическому. Далее используется базовая формула, указанная на втором слайде. Например, Сглаженное значение в 2005 году при $\alpha = 0,1$ будет равно $13,4 * (1 - 0,1) + 14,35 * 0,1 = 13,49$ тонн и т.д.

Коэффициент сглаживания α задается самостоятельно в интервале от 0 до 1. Если нужно ряд сгладить в большей степени, то увеличиваем значение α

Графики исходных значений и сглаженных значений при различных значениях коэффициента сглаживания



Выводы по графикам: При сглаживании скользящими средними график сглаженных значений проходит между фактическими значениями (сглаживаются снижения и рост). При сглаживании экспоненциальными средними график сглаженных значений расположен выше исходных, то есть все сглаженные значения больше, чем исходные. Чем больше коэффициент сглаживания, тем выше проходит сглаженная линия!!!

При коэффициенте сглаживания = 0 (нет сглаживания) все сглаженные значения будут равны фактическим!!!!

При коэффициенте сглаживания = 1 (100 % сглаживание), график сглаженных значений – это горизонтальная линия на уровне значения в первом периоде!!!! То есть чем больше степень сглаживания (больше альфа), тем сглаженные значения больше приближаются к значению показателя в первом периоде, а график приближается к горизонтальной линии на уровне значения показателя в первом периоде!!!!

Вспомним: Для чего необходимо сглаживание? Для того, чтобы посмотреть какой был бы примерно ряд динамики, если бы на показатель не действовали случайные факторы. Поскольку все сглаженные значения с помощью экспоненциальных средних выше исходных, значит такое сглаживание нужно применять, когда есть уверенность в том, что действие случайных факторов приводило к снижению исследуемой величины в каждом периоде!!!! – это главный вывод!!!!

Другими словами, нельзя просто брать и сглаживать ряд любыми видами средних величин, т.к. в сглаживании скользящими средними есть свои особенности, в сглаживании экспоненциальными средними – свои особенности, которые состоят в том, что:

- 1) Скользящие средние в точках снижения графика наоборот повышают значения, а в точках повышения графика – снижают значения.
- 2) Экспоненциальные средние во всех точках повышают значения

Значит для выбора вида средней величины в целях сглаживания ряда динамики прогнозируемой величины нужно все таки иметь представление в каком направлении действовали случайные факторы и как они изменяли величину!!! Если снижали значения величины, то нужно использовать экспоненциальные средние, если в одних периодах – снижали, в других – повышали, то нужно использовать для сглаживания скользящие средние!!!

Для этого нужно помнить, в чем задача сглаживания временного ряда!!!!!!

Если исследователь не знает в каком направлении действовали случайные факторы, то вероятнее всего ряд лучше не сглаживать!!!